

Procedimiento aproximado para la determinación de la acción de los temblores en las construcciones ⁽¹⁾

INGENIEROS: HERMÓGENES DEL CANTO

EDUARDO AGUIRRE

JULIO IBÁÑEZ V.

El presente anexo contiene: 1) Una crítica al llamado método estático de cálculo de construcciones antisísmicas, cuando estas construcciones no son de una gran rigidez. 2) Explicación de la base física del procedimiento simplificado de cálculo. 3) Análisis demostrativo del procedimiento. 4) Estudio de una cepa de puente de hormigón armado con diferentes rigideces. Representación gráfica de las solicitaciones máximas resultantes. 5) Consideraciones sobre la extensión de la validez de las conclusiones obtenidas en el caso de la cepa de puente estudiada. Normas procedentes. 6) Consideraciones sobre el período de las ondas sísmicas destructoras. 7) Período propio de vibración de las construcciones. Fórmulas de fácil aplicación para muros, puentes, galpones y edificios. 8) Cálculo de asismicidad de un muro de hormigón armado. 9) Cálculo de asismicidad de las cepas de un puente de hormigón armado. 10) Cálculo de asismicidad de un edificio comercial de hormigón armado.

1) *Crítica al método estático de cálculo.*—La actual Ordenanza General de Construcciones asimila los temblores a la acción de fuerzas horizontales que actúan en el centro de gravedad de las diversas partes de los edificios (Método estático). La magnitud de estas fuerzas es proporcional al peso de las partes. Equivale este criterio a asimilar los temblores a una aceleración continua del terreno de fundación en sentido horizontal. El conjunto del edificio sería entonces arrastrado con esa misma aceleración y la reacción de inercia debida a la masa de las diversas partes de la construcción constituiría así el esfuerzo proporcional al peso que, según la Ordenanza, actúa en el centro de gravedad de los elementos. Pero es sabido que el movimiento del terreno de fundación durante los temblores no es una aceleración continua sino que son oscilaciones o trepidaciones de naturaleza variable. Durante tales movimientos la aceleración no se mantiene constante sino que cambia de valor y aun, de signo con bastante rapidez. En efecto, sin entrar muy a fondo en la materia es posible describir el fenómeno de los temblores como sigue:

Las pequeñas contracciones que experimenta la esfera, u otras causas, producen

(1) Accediendo a lo solicitado por uno de los autores, la Comisión Editora acordó la publicación íntegra del presente trabajo, repitiendo, en consecuencia, el párrafo (1) publicado en el número de Enero.

presiones crecientes en la corteza rocosa hasta alcanzar el límite de ruptura. Esta puede producirse en un solo punto o en un plano (falla) o en una zona o volumen interno. Puede también producirse en dos o más puntos ya sea simultáneamente o con algún intervalo de tiempo. El choque de la ruptura da origen en ese sitio, llamado hipocentro del temblor, a oscilaciones amortiguadas que se propagan. Estas oscilaciones, en un medio homogéneo se harían con movimiento armónico simple debido a que la reacción del medio es proporcional al desplazamiento del punto que oscila (Ley de Hooke). En la práctica esto no sucede exactamente. El punto de la superficie terrestre situado en la vertical del hipocentro se llama epicentro.

La propagación del movimiento se efectúa según ondas longitudinales (P) (Compresión y dilatación de los elementos alineados radialmente a partir del hipocentro) y según ondas transversales (S) (Cizalle alternante de los mismos elementos). Estas últimas llegan a los diversos puntos de la superficie de la Tierra con retardo respecto de las primeras debido a su más lenta propagación. También llegan a un punto cualquiera de la tierra las ondas superficiales, que tienen su origen en el epicentro, que actúa como centro secundario de conmoción.

Finalmente, en terrenos sueltos y saturados de agua pueden manifestarse ondas gravíficas, que son verdaderas olas de tierra.

Los fenómenos de reflexión, refracción, la multiplicidad de los hipocentros, etc. introducen nuevos sistemas de ondas que complican extraordinariamente el movimiento. Sin embargo, para el estudio del fenómeno se ha acostumbrado hasta ahora asimilarlo a dos oscilaciones de movimiento armónico simple horizontales, normales entre sí y una vertical. Esta última posee generalmente amplitudes no mayores de $\frac{1}{2}$ de la de las ondas horizontales pero puede igualarlas y aun, superarlas en la zona epicentral. Más adelante veremos que la forma misma de las ondas del movimiento de la tierra no necesita ser determinada si se conoce la aceleración máxima, la amplitud y el período.

Si la construcción que se somete a las oscilaciones de un temblor fuera infinitamente rígida, aun una muy corta duración de los valores de la aceleración haría que todas las partículas del edificio adquirieran instantáneamente la misma aceleración que la fundación y, en consecuencia, se desarrollarían en él las reacciones de inercia previstas en el método estático de la Ordenanza. Pero si la construcción tiene rigidez limitada las partículas que están alejadas de las fundaciones parten con cierto retardo respecto del movimiento de las fundaciones y, a veces, este retardo es tal que esas partículas o no alcanzan a acelerarse o se aceleran en sentido contrario. Se comprende que en tales casos la reacción de inercia prevista en el método estático no se produce o se produce en sentido negativo y toda la hipótesis no tiene sentido.

El caso de los edificios de albañilería de uno y aun, de más pisos es casi siempre el de construcciones rígidas. En tales casos el método estático sería aplicable. Cuando se trata de edificios altos o bien otras construcciones como galpones, puentes, etc., poco rígidas esta hipótesis está en absoluto desacuerdo con los hechos, como lo veremos más adelante y es enteramente inadmisibile como base de cálculo. Esto ha sido ampliamente reconocido por los ingenieros que se ocupan de proyectar obras antisísmicas. Por eso, durante los últimos 12 años se ha registrado en la literatura técnica de los países más adelantados en la materia, como EE. UU. y el Japón, muy

abundantes estudios que permiten resolver, en muchos casos con razonable aproximación, el problema del comportamiento sísmico de las estructuras no rígidas, considerando las oscilaciones del temblor como vibración (Método dinámico). Desgraciadamente, la complejidad de la solución analítica del problema es grande y conduce a fórmulas engorrosas. Esto ha hecho retraerse en su empleo a muchos ingenieros y ha creado partidarios de las construcciones rígidas aún en casos en que las condiciones naturales aconsejan estructuras no rígidas.

Queremos aquí indicar un procedimiento para simplificar el problema que conduce a soluciones no más complicadas que las del método estático y que permite juzgar, en cada caso si las condiciones naturales de la construcción hacen aconsejable o no darles rigidez a las estructuras. La mayor dificultad del método consiste en la determinación de los períodos propios de vibración, pero felizmente esa determinación puede hacerse casi siempre, mediante fórmulas conocidas que se encuentran en la literatura sobre la materia. Además, damos más adelante algunas fórmulas de fácil aplicación.

2) *Base del procedimiento simplificado.*—Si se liga a un extremo de una varilla vertical un cuerpo pesado, se toma firmemente la varilla del otro extremo y se la agita con movimiento oscilatorio horizontal (Fig. 1) pueden presentarse los siguientes tres casos: 1) La varilla es gruesa y rígida. En tal caso el cuerpo pesado sigue casi exactamente las oscilaciones horizontales de la mano y la varilla permanece recta. La fuerza que debe ejercerse sobre la varilla depende de la violencia de los cambios en el movimiento de la mano, o sea de su aceleración en cada instante y de la masa del cuerpo pesado. 2) La varilla es delgada y flexible. En tal caso aunque la mano oscile horizontalmente, el cuerpo pesado o no se mueve, o se mueve muy poco, en tanto que la varilla se flexiona tanto como el camino recorrido por la mano o sea, como la amplitud de su movimiento. La fuerza que debe ejercerse sobre la varilla para producir la oscilación depende de la amplitud de los movimientos de la mano y de la mayor o menor flexibilidad de la varilla. 3) La varilla no es tan rígida como en el caso 1) ni tan flexible como en el caso 2). Si el movimiento de la mano se hace con un ritmo adecuado y constante puede obtenerse que la varilla oscile cada vez con mayor violencia hasta romperse: Se ha producido la resonancia.

Demostraremos analíticamente que el primer caso se presenta cuando el período propio de vibración del sistema formado por la varilla y el cuerpo pesado es muy pequeño en relación con el período de las oscilaciones de la mano; el segundo caso cuando el período propio del sistema es muy grande en relación con el período de las oscilaciones de la mano, y el tercer caso cuando ambos períodos son iguales.

Sea el caso de la fig. 2). Sean E e I las características de rigidez de la varilla. Sea H su altura, M la masa concentrada en su extremo superior. Admitiremos que el extremo inferior A de la varilla se mueve con movimiento oscilatorio horizontal de ley sinusoidal (Armónico simple). En un instante dado t del movimiento el punto A se habrá trasladado a una posición tal como A' por ejemplo y la varilla estará en la posición II . El movimiento de A quedaría definido por la expresión:

$$\Delta = \Delta_{\text{máx}} \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

en que $\Delta_{\text{máx.}}$ es la amplitud de la onda y T el período completo. El movimiento de P quedaría definido por la expresión:

$$z = z_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

(z_0 amplitud máxima de P). Para los demás puntos esta expresión sólo varía en la amplitud. Llamando l los valores de z para $x=H$, la expresión del movimiento de la masa M será:

$$l = L \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

siendo L la amplitud máxima. La reacción de inercia de M será:

$$M \frac{d^2 l}{dt^2}$$

que constituye una sollicitación horizontal en el extremo superior de la varilla. Esta reacción producirá momentos y esfuerzos de corte que deben ser calculados.

Sea m_x el valor del momento de flexión a una cota x , se puede escribir la ecuación:

$$1) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{m_x}{EI}$$

o bien derivando con respecto a x :

$$2) \quad \frac{d^3 z}{dx^3} = \frac{T_x}{EI}$$

puesto que la derivada de m_x con respecto a x es el esfuerzo T_x de corte en esa cota. Como la única sollicitación debida a la oscilación de la varilla es la acción horizontal

$M \frac{d^2 l}{dt^2}$ éste será el esfuerzo de corte a cualquier cota, luego:

$$3) \quad EI \frac{d^3 z}{dx^3} = M \frac{d^2 l}{dt^2}$$

Para el segundo miembro se tiene:

$$4) \quad l = L \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$5) \quad \frac{dl}{dt} = \frac{2\pi}{T} L \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$6) \quad \frac{d^2 l}{dt^2} = - \frac{4 \pi^2}{T^2} L \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

o sea

$$7) \quad EI \frac{d^3 z}{dx^3} = - \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} l$$

e integrando

$$8) \quad EI \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} x + A$$

De la ecuación 1) se deduce que el primer miembro de la ecuación 8) vale 0 para $x=H$ porque el momento es aquí evidentemente nulo.

Entonces
$$A = \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} H$$

y la ecuación 8) queda:

$$EI \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{4 \pi^2 M l}{T^2} (H - x)$$

Integrando otra vez se tiene:

$$9) \quad EI \frac{dz}{dx} = - \frac{4 \pi^2 l M}{T^2} \left[(H - x)^2 - H^2 \right] \frac{1}{2} + B$$

Para $x=0$; $\frac{dz}{dx}=0$ debido al encastramiento de la varilla en su base inferior, luego:

$$B = 0$$

de donde

$$EI \frac{dz}{dx} = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} (H^2 - H^2 + 2 H x - x^2)$$

o sea

$$9) \quad EI \frac{dz}{dx} = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} (2 H x - x^2)$$

Integrando de nuevo se tiene:

$$10) \quad EI z = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} \left(2 H \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) + C$$

De la ecuación 10) se puede escribir:

$$EI \Delta = C$$

de donde 10')
$$z = \frac{2 \pi^2 M l (H x^2 - \frac{x^3}{3})}{E I T^2} + \Delta$$

En la ecuación 10) se pueden introducir los valores $x=H$, $z=1$ y $C=E I \Delta$ quedando entonces referida al extremo superior de la varilla. Se llega así a:

$$10'') E I l = \frac{2 \pi^2 M l}{T^2} \times \frac{2}{3} H^3 + E I \Delta$$

o bien
$$l \left(E I - \frac{4 \pi^2 M}{3 T^2} H^3 \right) = E I \Delta$$

de donde 10''')
$$l = \frac{\Delta}{1 - \frac{4 \pi^2 M H^3}{3 E I T^2}}$$

valor que introducido en z da:

$$10''') z = \frac{2 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

La ecuación 10''') es pues la ecuación de la elástica de la varilla para un desplazamiento Δ de A. La deflexión de la varilla en cada punto vale:

$$11) \lambda = z - \Delta = \frac{2 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right)$$

Este valor es máximo para $x=H$, en cuyo caso

$$12) \lambda = \frac{4 \pi^2 M \Delta}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} \times \frac{H^3}{3}$$

De la ecuación 11) se deduce que la máxima deflexión en cualquiera parte de la varilla se produce para los mayores valores de Δ . Adoptando para este valor la amplitud máxima del movimiento la ecuación 10''') será la ecuación de la elástica extrema que produzca las mayores solicitaciones en la varilla. Esto está de acuerdo con el hecho de que en esta posición la masa M está sometida a la mayor aceleración y, en consecuencia desarrolla una mayor reacción de inercia.

Para establecer los momentos en la varilla se puede derivar dos veces la ecuación 10'''), reemplazando Δ por $\Delta_{\text{máx}}$, y se tendrá:

$$13) \quad \frac{dz}{dx} = \frac{2 \pi^2 M \Delta_{\max}}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (2 H x - x^2)$$

$$14) \quad \frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max}}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (H - x)$$

Como $E I \frac{d^2 z}{dx^2} = m_x$

se tendrá $15) \quad m_x = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max} E I}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} (H - x)$

valor que se hace máximo para $x=0$, o sea, en la base de la varilla, como era de suponerlo. Este valor decrece linealmente hacia arriba hasta anularse en el extremo. El valor máximo del momento en la base tiene entonces la expresión:

$$15') \quad m_o = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max} E I}{E I T^2 - \frac{4}{3} \pi^2 M H^3} H$$

Aquí el denominador se hace cero para $E I T^2 = \frac{4}{3} \pi^2 M H^3$

o sea

$$16) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{M H^3}{3 E I}}$$

en cuyo caso el momento es infinitamente grande y la varilla se rompe. Esta condición corresponde a la resonancia o sea, a la igualdad entre el período propio de vibración del sistema y el período del movimiento de A.

Si en la ecuación 15) se hace $E I = \infty$, o sea que se supone la varilla infinitamente rígida, se tiene:

$$17) \quad m_x = \frac{4 \pi^2 M \Delta_{\max}}{T^2} (H - x)$$

Si llamamos a la aceleración del punto A y $A_{\max}$ su mayor valor, se puede obtener de la ecuación

$$\Delta = A_{\max} \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

$$a = \frac{4 \pi^2}{T^2} \Delta_{\text{máx}} \sin 2 \pi \frac{t}{T}$$

y

$$A_{\text{máx}} = \frac{4 \pi^2}{T^2} \Delta_{\text{máx}}$$

que introducido en 17) da

$$17') \quad m_x = A_{\text{máx}} \times M (H - x)$$

o sea, que el momento en la varilla depende de la aceleración máxima en A, de la masa en el extremo superior y de la distancia entre la sección considerada y ese extremo. Ahora bien, si A estuviera animado de una aceleración constante igual a la máxima ($A_{\text{máx}}$) la reacción de inercia de M sería también $MA_{\text{máx}}$ y el momento de flexión en la varilla a una distancia $H-x$ de M valdría: $A_{\text{máx}} \times M (H-x)$

Se demuestra así que para el caso de una varilla infinitamente rígida las sollicitaciones desarrolladas en ella dependen exclusivamente de la aceleración del movimiento oscilatorio y no de su período ni amplitud.

Si en la ecuación 10'''' se hace $EI=0$ (Varilla infinitamente flexible) se tiene:

$$z = \frac{3 \pi^2 M \Delta}{2 \pi^2 M H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

o bien

18)

$$z = \frac{3 \Delta}{2 H^3} \left(H x^2 - \frac{x^3}{3} \right) + \Delta$$

de donde

$$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{3 \Delta}{2 H^3} (2 H x - x^2)$$

y

$$\frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = \frac{3 \Delta}{2 H^3} (2 H - 2 x)$$

El momento de flexión en la varilla, a una cota x cualquiera, valdrá:

$$m_x = E I \frac{\delta^2 z}{\delta x^2} = \frac{3 E I \Delta}{H^3} (H - x)$$

Ahora bien, un desplazamiento Δ horizontal de A, si se mantiene invariable la posición de M, equivale a una deflexión Δ del extremo de la varilla, provocado por un esfuerzo horizontal P de expresión

$$\Delta = \frac{P H^3}{3 E I}$$

El momento de flexión producido por P, a una cota x de la varilla será $=m_x = P (H-x)$. Introduciendo el valor de P se tendrá:

$$m_x = \frac{3 E I \Delta}{H^3} (H-x)$$

expresión análoga a la de la ecuación 18). Se demuestra así que para el caso de una varilla infinitamente flexible las solicitaciones en ella desarrolladas dependen exclusivamente de la amplitud del movimiento oscilatorio y no de su período o de su aceleración.

Las anteriores conclusiones tienen importancia en cuanto a que demuestran que, en estos casos extremos, no tiene efecto la forma de la onda del movimiento oscilatorio y sólo importa la aceleración máxima o la amplitud del movimiento según que se trate de una varilla muy rígida o muy flexible respectivamente. En varillas de rigidez intermedia, tal que provoquen resonancia, las solicitaciones son infinitamente grandes y tampoco importaría la forma de la onda, como se comprende.

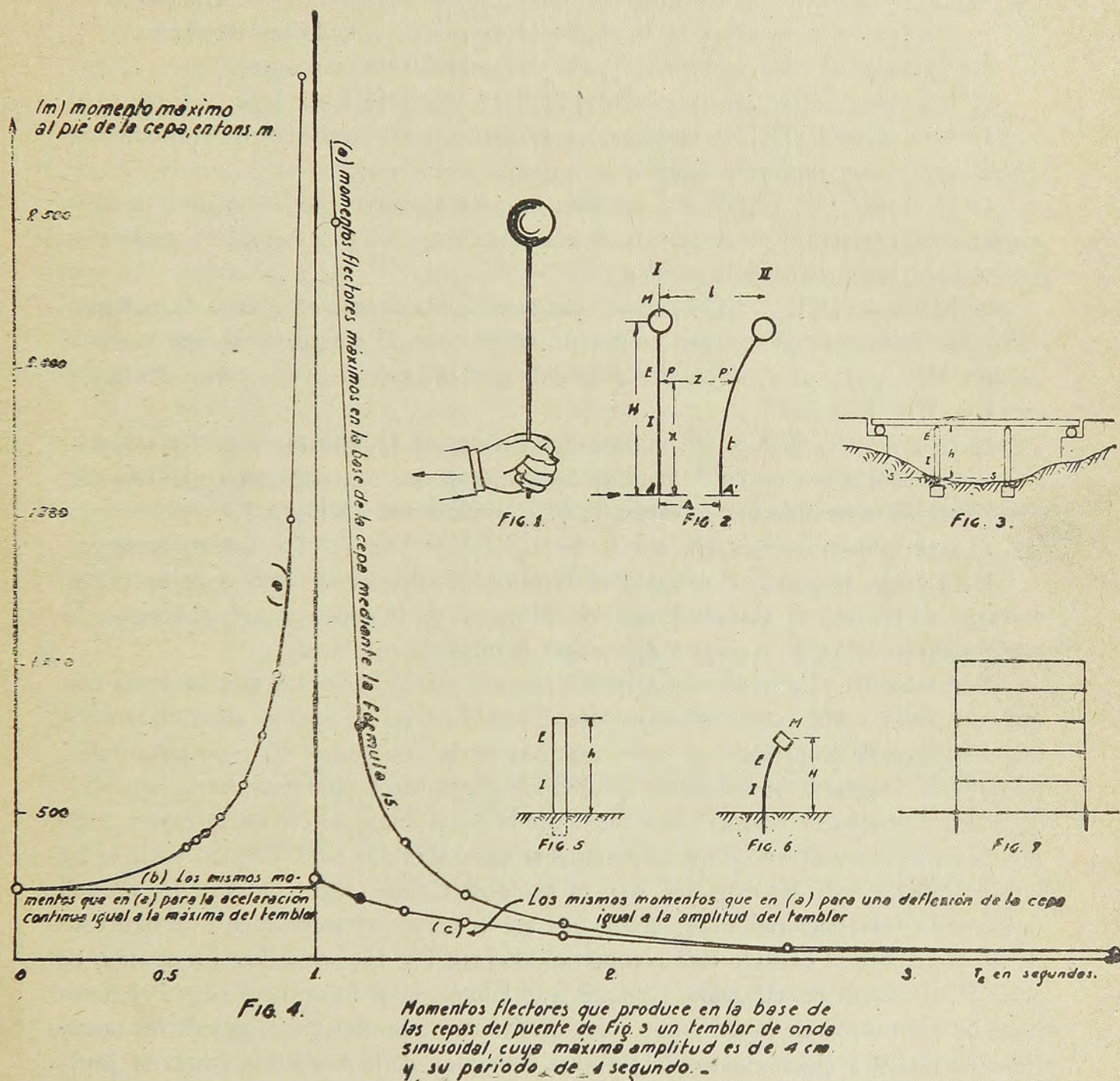
4) *Estudio de una cepa de puente de hormigón armado, con diferentes rigideces, sometido a un temblor. Representación gráfica de las solicitaciones máximas resultantes.*— El caso de la varilla sometida a oscilaciones horizontales es análogo al del puente indicado en fig. 3, sometido a un temblor según su eje longitudinal, si se desprecia la masa de las cepas mismas y la pequeña resistencia al rodado que puedan oponer los rodillos. Nos referiremos al siguiente ejemplo:

Peso de la superestructura que actúa sobre cada cepa	200,000 kgs.
Masa de la misma	200,000 : 980
Altura de la cepa	800 cms.
Módulo de elasticidad del material de la cepa	210,000 K/cm. ²
Momento de inercia de la cepa...	Variable desde $0,5 \times 10^6$ hasta 20×10^6

Determinados los momentos máximos en la base de la cepa, mediante la fórmula 15) se obtuvo la curva (a) de la fig. 4 para un temblor de onda sinusoidal cuya máxima amplitud es de 4 cms. y su período de 1 seg. La curva (b) da el momento de flexión en la base de la cepa suponiendo toda la obra sometida a una aceleración continua igual a la máxima del movimiento armónico simple del temblor. La curva (c) da el mismo momento de flexión suponiendo que el temblor se traduce en una simple deflexión de la cepa en una cantidad igual a la amplitud máxima del movimiento sísmico.

Se puede observar que existe bastante analogía entre la curva (a) y la (b) para el caso en que el período propio de la estructura, T_e , es inferior a 0,4 segundos, o sea, menos de $0,4 T_e$; y que también hay gran analogía entre las curvas (a) y (c) cuando T_e es superior a $2,5 T_t$ o sea a 2,5 segundos. Como los valores de las curvas (b) y (c) son de muy fácil determinación se ve la posibilidad de adoptarlos en vez de los valores de la curva (a), siempre que la razón T_e/T_t sea menor que 0,4 o mayor que 2,5. Aun más, para razones T_e/T_t un poco mayores que 0,4 o un poco menores que

2,5 podría seguirse adoptando los valores de las curvas (b) y (c) modificados por un factor de corrección deducido del gráfico de la fig. 4. Ahora bien, como para razones T_e/T_t aun más próximas a la unidad las solicitaciones sísmicas son demasiado elevadas y no es económico generalmente proyectar estructuras que se hallen en tal caso, quedaría enteramente eliminada la necesidad de encontrar los valores de la curva (a)



que constituyen la mayor dificultad de los cálculos de asismicidad por el método dinámico.

Surge ahora la cuestión de si las vibraciones del sistema elástico examinado, en su proximidad con la resonancia, difieren substancialmente de las de otros sistemas o si se comportan en forma parecida como para admitir que las conclusiones que de él

se saquen, son aplicables a otros sistemas vibrantes. Estimamos que las experiencias del profesor Harry A. Williams de la Universidad de Stanford, California, publicadas en *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, octubre de 1937, comentadas por Merit P. White, pág. 858 de la II parte, son bastante luminosas al respecto. En efecto, estas experiencias demuestran que un sistema vibrante de naturaleza enteramente diferente al que hemos examinado se comporta aproximadamente como éste. Además, la experiencia demuestra que la teoría y los hechos concuerdan.

Podría entonces establecerse la siguiente norma de cálculo aproximado:

- 1) Calcúlese el período propio T_e de vibración de la estructura.
- 2) Compárese éste con los períodos $[T_t]_1 = 1$ seg y $[T_t]_2 = 2$ segs. del temblor.
- 3) Si la razón $T_e/[T_t]_1 < 0,4$ calcúlese la construcción como si estuviera sometida a una aceleración uniforme igual a la máxima del temblor.
- 4) Si la razón $T_e/[T_t]_2 > 2,5$ calcúlese la construcción como sometida a un desplazamiento horizontal de su centro de gravedad respecto a la fundación igual a la máxima amplitud de la onda sísmica.
- 5) Si $0,4 < T_e/[T_t]_1 < 0,75$ podría calcularse la obra como en el caso 3) multiplicando las solicitaciones resultantes por un coeficiente de corrección α que variaría linealmente desde uno hasta dos a medida que la razón $T_e/[T_t]_1$ varía desde 0,4 hasta 0,75.
- 6) Si $2,5 > T_e/[T_t]_2 > 1,5$ se procedería como en 4) multiplicando las solicitaciones resultantes por un coeficiente de corrección β que variaría linealmente desde uno hasta dos a medida que la razón $T_e/[T_t]_2$ varía desde 2,5 hasta 1,5.
- 7) Las construcciones en que $0,75 < T_e/[T_t]_1$ y $1,5 > T_e/[T_t]_2$ deben evitarse.

Para poder practicar el método se necesita: a) conocer el período de las ondas sísmicas, b) conocer el período propio de vibración de la construcción, c) conocer la aceleración máxima de la onda y d) conocer la máxima amplitud.

Con relación al período del temblor nos encontramos en los sismogramas con que este valor varía extraordinariamente. Existen ondas de apenas algunos centésimos de segundo de período en tanto que hay otras que tienen 10 y más segundos. Esto haría imposible la aplicación del método propuesto y, aun más, haría imposible construir a prueba de resonancia. Felizmente la experiencia parece haber demostrado que la parte destructora de los terremotos se debe a ondas cuyo período varía entre límites mucho más restringidos. Así, el profesor Omori, según Henry D. Dewell (*Ingeniería Internacional* 1928) opina que en la parte verdaderamente destructora de un terremoto el período está comprendido entre 1 y $1\frac{1}{2}$ segundos. La opinión de John R. Freeman (*Earthquake Damage and Earthquake Insurance*) pág. 793, tampoco difiere mucho de la de Omori pues acepta como límites probables de las ondas destructoras $\frac{3}{4}$ y $1\frac{1}{2}$ segundos. El profesor Imamura, de la Academia Imperial Japonesa y profesor de Sismología de la Universidad Imperial de Tokio, opina a este respecto en su reciente obra «*Theoretical and Applied Seismology*»: (Pág. 40) «Puesto que en grandes terremotos el período de vibración que produce destrucción es de uno a dos segundos...». En la pág. 44: «Puesto que la fase principal que en general causa las destrucciones puede suponerse que tiene un período de vibración de alrededor de $1\frac{1}{2}$ segundos...». Más adelante, en la pág. 270 dice: «Pero juzgando por una dilatada experiencia de grandes terremotos el autor encuentra que los con períodos de alre-

dedor de 1,5 segundos son los más frecuentes...». Finalmente, en la página 275 dice: «...aun en sismogramas encontramos a menudo ondas de período corto (0,1 a 0,3 segundos) con amplitudes de alrededor de un centímetro superpuestas a grandes movimientos de la tierra. Sin embargo, puesto que la energía del movimiento ondulatorio es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, son apenas dignas de considerarse en cuanto a su poder destructivo se refiere...».

Aparte de las opiniones que aquí indicamos puede citarse el caso de los terremotos de: San Francisco en 1906 cuyas ondas destructoras tuvieron un período de un segundo, según Omori, y el terremoto que destruyó a Tokio en 1923, cuya período de vibración en las ondas destructoras, fué de 1,35 segundos medido exactamente.

De lo anterior se deduce que, aunque no existe una experiencia definitiva sobre cuál es el margen de variación del período de la parte destructora de los terremotos, no parece aventurado aceptar para él los límites de 1 y 2 segundos. Se tomaría entonces para T_c el valor 1 segundo para la aplicación de la curva (b) y 2 segundos para la aplicación de la curva (c). Aunque podría haber críticas en cuanto al rigor con que se han tomado estos límites debe recordarse que la técnica de la construcción antisísmica debe contentarse, por ahora, con hacer estructuras que tengan la mayor probabilidad de resistir, aunque ésta no llegue a 100%.

Con relación al período propio de las construcciones estimamos que el mejor camino sería el experimental. Sin embargo, como hasta ahora no existen en nuestro país medios para ensayar en modelos ni tampoco en edificios existentes, habrá que dar, por ahora, preferencia a los métodos analíticos, aunque sus resultados sean menos aproximados que los experimentales.

La expresión general de un período vibratorio es:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \times \gamma$$

en que T es el período de vibración, m la masa oscilante, k la rigidez de las partes y γ un coeficiente que depende de la distribución de la masa.

Período propio de vibración de una columna encastrada en su base (Fig. 5). (Caso de un simple muro encastrado en sus fundaciones). El período está dado por la fórmula:

$$T_0 = 1.787 \sqrt{\frac{Ph^3}{EIg}}$$

en que P es el peso, en kilogramos, del muro o columna, h su altura en centímetros, E el módulo de elasticidad en kgs/cm^2 , I el momento de inercia de la sección transversal expresado en cms^4 , g la aceleración de la gravedad expresada en centímetros por segundo por segundo y T el período propio de vibración expresado en segundos. La deducción de la presente fórmula puede encontrarse en el artículo de los profesores Leander M. Hoskins y John D. Galloway titulado «Earthquakes and Structures» publicado en Proceedings of American Society of Civil Engineers de diciembre de 1938. El coeficiente numérico para las armónicas es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 1.^\circ \text{ armónica} \quad T_1 &= 0.284 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}} \\
 2.^\circ \text{ armónica} \quad T_1 &= 0.102 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}} \\
 3.^\circ \text{ armónica} \quad T_1 &= 0.052 \sqrt{\frac{P h^3}{E I g}}
 \end{aligned}$$

En general el interés que puede haber en determinar los períodos de estas armónicas es escaso porque son tan pequeños que sólo pueden producir resonancia con ondas inestables y de muy pequeña energía destructora.

2. *Período propio de vibración de una masa sustentada por un apoyo elástico* (Fig. 6). Está dado por la fórmula 16) como sigue:

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{M H^3}{3 E I}}$$

en que las unidades son las mismas del caso anterior. Este caso se presenta en galpones, estanques elevados, machones de puentes, etc.

3. *Período propio de vibración de un edificio de varios pisos del tipo de construcción comercial* (fig. 7):

$$T = \frac{\pi \sqrt{\frac{P}{g k}}}{\text{sen} \left[\frac{\pi}{2} \times \frac{2n-1}{2N+1} \right]}$$

en que T es el período propio de vibración en segundos, P el peso expresado en Kgs., actuante en cada piso y que puede obtenerse sumando al peso del piso el peso de los semipilares y muros adyacentes al piso considerado, g la aceleración de la gravedad en cms/seg./seg., k es la fuerza en kgs. que produciría un desplazamiento de un centímetro en sentido horizontal, de un piso con respecto a su vecino superior o inferior (Rigidez horizontal entre pisos), n es el número de orden del modo de vibración buscado y que puede ser 1, 2, 3, ... hasta N . En la práctica basta hacer $n=1$ porque es el modo fundamental el que constituye el verdadero peligro de la construcción); N es el número de pisos de la construcción. La anterior fórmula es válida solamente para edificios en que todos los pisos son iguales. Su deducción puede encontrarse en el comentario de Merit P. White publicado en Proceedings of American Society of Civil Engineers de diciembre de 1938, pág. 2059. Este comentario completa la teoría iniciada por Lydik S. Jacobsen en su artículo «Natural Periods of Uniform Cantilever Beams» publicado en el número de marzo del mismo año y de la misma revista.

Con relación a la aceleración máxima de la onda, puede observarse lo siguiente: El valor de esta aceleración es la base de cálculo para construcciones rígidas ($T_e/T_t < 0,75$), según nuestro método. Al fijar esta aceleración podría pensarse en adoptar los valores máximos instantáneos que acusan los acelerómetros durante terremotos des-

tructores. Este modo de proceder, sin embargo, no produce resultados satisfactorios como se comprobó en el terremoto de Long Beach (EE. UU.). En efecto, en esa ocasión los acelerómetros midieron aceleraciones instantáneas máximas comprendidas entre 0,3 g y 1,0 g (Engineering News Record, abril 6 de 1933). Sin embargo, las construcciones calculadas para resistir aceleraciones de 0,1 g no recibieron daño alguno y la destrucción general ocasionada por el temblor fué de moderada consideración. La explicación de esta aparente anomalía podría encontrarse en que las grandes aceleraciones instantáneas se producen: o porque la forma de la onda sísmica presenta puntas pronunciadas o porque son ondas de muy corto período. Pues bien, en ambos casos el tiempo en que se mantiene el alto valor de la aceleración es cortísimo y los desplazamientos del terreno de fundación durante ese tiempo son tan pequeños que pueden ser absorbidos aun por la escasa elasticidad de los edificios rígidos. Por esto parece más acertado atenerse a la experiencia de edificios rígidos que han sido calculados para resistir aceleraciones determinadas y que se han comportado satisfactoriamente en terremotos destructores. La práctica japonesa indica que estas aceleraciones están comprendidas entre 0,1 g y 0,2 g

Finalmente, con relación a la amplitud máxima de las ondas sísmicas, se puede decir lo siguiente: Esta amplitud sirve de base para el cálculo de construcciones no rígidas ($T_e/T_t > 1,5$). Hasta ahora hay muy escasas medidas de amplitud de ondas sísmicas en el área de máxima destrucción. Se debe esto a que las observaciones se hacían, hasta hace poco tiempo, en estaciones destinadas a medir temblores de poca intensidad, y cuando sobrevenía un terremoto se saltaban las agujas indicatrices del aparato. Opina a este respecto John R. Freeman que el único sismograma que da datos completos aceptables es el del terremoto de Tokio del 1.º de septiembre de 1923. Según este sismograma el primer movimiento, que fué el más destructor, tuvo ondas de 8,9 cms. de doble amplitud, o sea, 4,45 cms. de amplitud. Según Omori la doble amplitud en el terremoto de San Francisco de 1906 fué de 5 cms. (Dewell, Ingeniería Internacional 1928). El terremoto de Uraga (Japón) el 26 de abril de 1922 tuvo doble amplitud medida de 6 cms., o sea, 3 cms. de amplitud. Aparte de estas amplitudes de las ondas sísmicas durante el período destructivo del temblor, se manifiestan ondas lentas de dos, tres y más segundos que suelen tener mayor amplitud que las ondas destructoras. Así por ejemplo, en el citado terremoto de Tokio se produjo, algunas horas más tarde que el movimiento principal, un segundo movimiento cuya amplitud alcanzó a 10 cms., con períodos comprendidos entre 2 y 3 segundos. Si el período de ondas de esta clase se mantuviera constante y en concordancia con el de estructuras no rígidas, constituirían un peligro evidente para ellas. Felizmente, por los datos de los sismogramas de que se dispone, estas ondas no tienen frecuencia mantenida como la de las que hemos llamado ondas destructoras (De período comprendido entre 1 y 2 segundos), sino que su frecuencia varía en cada vaivén. A este respecto, refiriéndose al terremoto de Tokio dice Freeman (Pág. 753): «Resulta, de observaciones posteriores, que no hubo constancia en las ondas sísmicas de mayor amplitud del segundo movimiento en la tarde del 1.º de septiembre de 1923, lo que influyó en evitar la acumulación de tensiones, acumulación que debe haberse producido en el movimiento principal, lo que posiblemente fué una gran suerte para las estructuras sometidas a este segundo movimiento».

Con todo, es evidente que las ondas lentas en los grandes terremotos es una de las materias más interesantes que deben ser estudiadas por la Sismología.

De acuerdo con los escasos datos disponibles, parecería suficiente aceptar 3 a 4 cms. como amplitud máxima del movimiento sísmico. Sin embargo, debido a la incertidumbre actual estimamos prudente adoptar valores que estén comprendidos entre 4 y 6 cms.

Ejemplos.—Damos a continuación algunos ejemplos de cálculo de solicitaciones sísmicas en estructuras corrientes.

1) Muro de hormigón armado de 0,20 m. de espesor y 3 mts. de altura, encastrado en los cimientos. Fig. 8.

El período fundamental de vibración está dado por la fórmula:

$$T_0 = 1.787 \sqrt{\frac{Ph^3}{EIg}}$$

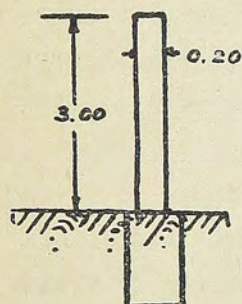


Fig. 8

en que $P = 2,400 \times 0,2 \times 3 = 1,440$ Kgs.

$h = 300$

$E = 210,000$

$I = 1/12 \times 100 \times 20^3 = 66,700$

$g = 980$

De donde $T_0 = 0,095$ segundos

Puesto que se trata de una estructura rígida (Período propio de vibración inferior a un segundo) adoptaremos el temblor de un segundo, o sea $T_t = 1$. Tendremos entonces $T_0/T_t = 0,095 < 0,4$ o sea, que corresponde al caso 3) en que la acción del temblor se asimila a una aceleración uniforme igual a la máxima del temblor. Si se admite 0,15 g. para esta aceleración la sollicitación máxima del muro, en su base será:

$$M = P \times h/2 \times 0,15 = 1,44 \times 1,50 \times 0,15 = 0,322 \text{ Tons. Mt.}$$

2) Puente de tres tramos con apoyos extremos de deslizamiento. Cepas y superestructura de hormigón armado. Temblor longitudinal. Fig. 9.

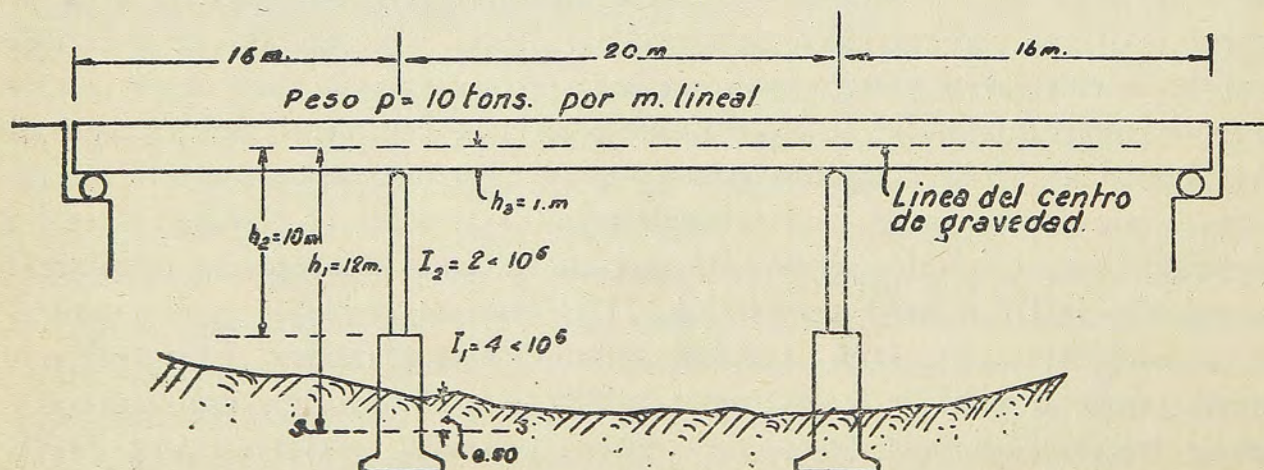


Fig. 9.

Sobre cada cepa gravitan 26 mts. de puente, o sea 260 tons., luego $M = 260,000 : 980 = 265$.

El momento de inercia de la cepa resulta de los momentos de inercia de los diferentes trozos de que se compone. El trozo h_3 tiene un momento de inercia I_3 que puede considerarse infinitamente grande en relación con los del resto de la cepa. El siguiente tiene un momento de inercia $I_2 = 2 \times 10^6 \text{ cms}^4$ y el inferior tiene un momento de inercia $I_1 = 4 \times 10^6$. Se ha considerado la cepa encastrada 0,50 mts. bajo el nivel del suelo. La masa de la cepa se ha despreciado. Cuando no es enteramente despreciable puede suponerse que la correspondiente a la mitad superior de la cepa se halla concentrada a la altura del centro de gravedad de la viga.

La altura de la masa M sobre la sección de encastramiento es $H = h_1 = 1,200 \text{ cms}$.

El momento equivalente de inercia de la cepa se obtiene por la relación:

$$I_m = \frac{h_1^3}{\frac{h_1^3 - h_2^3}{I_1} + \frac{h_2^3 - h_3^3}{I_2} + \frac{h_3^3}{I_3}}$$

o sea

$$I_m = 2.36 \times 10^6 \text{ cms}^4$$

y el período propio de vibración será:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{MH^3}{3EI}} = 6.28 \sqrt{\frac{265 \times 1.440.000.000}{3 \times 210.000 \times 2.36 \times 10^6}} = 3,48 \text{ segs.}$$

Se deduce que la estructura es flexible (Período propio de vibración superior a 2 segundos) y, en consecuencia, debe considerarse el temblor de 2 segundos: $T_t = 2$. Entonces $T_e/T_t = 3,48/2 = 1,74$. Esto corresponde al caso 6) en que la construcción se calcula como sometida a un desplazamiento horizontal de su centro de gravedad respecto a la fundación, igual a la máxima amplitud. Esta sollicitación queda recargada con el coeficiente β correspondiente, que vale en este caso

$$\beta = 3.5 - \frac{T_e}{2} = 1.76$$

Si se admite como máxima amplitud del temblor $\Delta = 4 \text{ cms}$. tendríamos el siguiente momento máximo en la cepa:

$$m = \frac{3EI\Delta}{H^2} = \frac{3 \times 210.000 \times 2.36 \times 10^6 \times 4}{1200^2} = 4.130,000 \text{ Kgs. cms.}$$

Este valor, multiplicado por el coeficiente $\beta = 1.76$ nos da finalmente la sollicitación sísmica $4,130,000 \times 1.76 = 7.270,000 \text{ k. cm}$. o sea 72.7 Tons Mts en la base de la cepa.

3) Edificio de hormigón armado de tres pisos iguales, constituido por losas y pilares. Las losas y sobrecargas pueden asimilarse a un peso de 360 Kgs/m². La construcción tiene 38 m. de ancho por 45 m. de largo. Los pilares son de 0,40 x 0,40 y están

espaciados uniformemente entre sí de 7,50 m. tanto en sentido del ancho como del largo del edificio. La altura de pisos es de 5 m.

En este caso el período propio de vibración está dado por la expresión:

$$T = \frac{\pi \sqrt{\frac{P}{gk}}}{\text{sen} \left[\frac{\pi}{2} \times \frac{2n-1}{2N+1} \right]}$$

El peso de cada piso será de $360 \times 38 \times 45 = 616,000$ Kgs. y el de los 42 semipilares que llegan a él será de $2,400 \times 42 \times 5 \times 0,40 \times 0,40 = 80,500$ Kgs., luego $P = 616,000 + 80,500 = 696,500$ Kgs.

La rigidez horizontal k entre pisos podría obtenerse aplicando una fuerza horizontal unitaria a la altura del suelo del 2.º piso, determinando en seguida el desplazamiento que esta fuerza le produce con relación a las fundaciones (Cálculo que puede hacerse por el procedimiento de Cross u otro) y establecer cuántas veces este desplazamiento está contenido en la unidad, o sea en un centímetro. Esa cifra sería el verdadero valor de k . En beneficio de la brevedad buscaremos para k un valor aproximado, para lo cual admitiremos que los pilares son suficientemente esbeltos como para suponerlos encastrados en forma absoluta en sus extremos. Este procedimiento es aceptable en general cuando la dimensión de los pilares es sensiblemente inferior a la de las vigas de los pisos. Tendremos así:

$$k = \frac{12EI}{h^3}$$

En los 42 pilares I valdrá:

$$42 \times 1/12 \times 40 \times 40^3 = 9.000,000 \text{ cms}^3 \text{ luego}$$

$$k = \frac{12 \times 210.000 \times 9 \times 10^6}{500^3} = 182.000 \text{ Kgs}$$

Para n se tomará 1.º el valor 1. Este sistema sólo tiene tres modos de vibrar por tener la masa concentrada en tres partes. $n=1$ da el modo fundamental que permite formarse idea de si interesan o no los otros modos. N vale 3 (Edificio de 3 pisos). Se tiene así

$$T = \frac{3.14 \sqrt{\frac{696.500}{980 \cdot 182.000}}}{\text{sen} \left(\frac{1}{7} \times \frac{\pi}{2} \right)} = 0.993 \text{ seg}$$

Como esta construcción resulta de período propio inaceptable, deberá modificarse su disposición para salir del intervalo peligroso. Para esto habría dos caminos: O se aumenta la rigidez o bien, se disminuye. Cuando se trata de edificios de más de un piso la multiplicidad de las masas produce también multiplicidad en los modos de vibrar. Los períodos que pueden ser convenientemente largos para el modo fundamental pueden resultar peligrosos para otros modos, lo que hace siempre recomendable aumentar en vez de disminuir la rigidez. Por otra parte, el cálculo de las solicitaciones en el caso de una construcción elástica, es impreciso y engorroso. Todo esto hace pensar que los edificios de más de un piso deben ser siempre de período corto (Inferior a 0,75 segundos) lo que puede conseguirse disponiendo algunos muros rígidos, de hormigón armado especialmente, tanto en sentido transversal como longitudinal del edificio. Este procedimiento está de acuerdo, por otra parte, con la opinión de la mayoría de los especialistas en construcciones asísmicas. Las construcciones elásticas están, en cambio, muy indicadas para galpones de acero o madera, puentes de rasante alta, torres, estanques elevados, etc.
