

SORRE EL APARATO SISTEMA DEINERT, NUEVO MODELO PARA MEDIR LAS BASES JEODÉSICAS

El sistema para medir bases jeodésicas con el auxilio de cintas de acero empleadas en forma especial e ideado por el señor Coronel Deinert, jefe de la Sección de la Carta del Estado Mayor Jeneral, consiste en el uso de dos cintas semejantes apoyadas sobre rieles, cada una con su respectivo dinamómetro i destinada una de ellas a la medida de la base, i la otra, fija entre dos puntos cerca del medio de ésta, o al ménos del centro del trabajo ejecutado en una jornada, con el dinamómetro intercalado. El operador que asiste la cinta fija, trasmite por medio de un teléfono o señales ópticas las tensiones que el otro debe aplicar a la cinta empleada en la medida con el objeto de que su longitud quede constante a pesar de las variaciones de temperatura, esto es, naturalmente, en el supuesto de que, en las dos localidades, centro de la base i en el punto donde tiene lugar la medida, exista la misma temperatura, lo que en realidad difícilmente se puede aceptar, tanto mas en la base medida ya en Melipilla con el aparato en cuestion i en donde la distancia entre ambas cintas fué en término medio de dos kilómetros próximamente.

La memoria del señor Deinert ha sido publicada en alemán en la revista de mensura «*Zeitschrift fuer Vermessungswesen*» 1.º Junio 1901 — Heft 11, páj 277, i en reimpression en el mismo idioma i fecha. En el presente año se dió a la publicidad en castellano, i como capítulo de la obra Publicaciones de la seccion: «Levantamiento de la Carta», «La Red de Melipilla», por Félix Deinert, Santiago de Chile 1903, esponiendo, aunque con muy pocos datos numéricos referentes a la marcha del trabajo, i que hubiesen permitido estudiar e investigar la bondad de un sistema nuevo i sus posibles futuras aplicaciones, las operaciones para la medida de la base a que se ha hecho referencia.

En la pájina 282 de la revista alemana citada, en pájina 6 de la reimpression i 24 de la memoria en castellano, el autor espone el método ideado por él i esplica el funcionamiento de su aparato en los siguientes términos:

«Supongamos el caso que se haya disminuido la temperatura i que la huincha se « haya contraído de modo que el dinamómetro marque 53 kgs. en vez de 50, claro es que « se puede dar a la huincha la longitud anterior, aumentando la tension en 3 kgs., puesto « que a cada posicion de la aguja, o lo que es lo mismo, a cada tension del dinamómetro, « tiene que corresponder cierta longitud de la huincha, cualquiera que sea la causa de la « dilatacion o contraccion de la huincha. Por consiguiente, si damos al dinamómetro una « tension de $53 + 3 = 56$ kgs, la huincha tendrá la longitud que tenia ántes de contraerse

« por la disminucion de la temperatura. Esto vale naturalmente solo para cambios de temperatura limitados.

« En caso que la temperatura haya aumentado en la misma cantidad, el dinamómetro marcará 47 kgs. Para restablecer la longitud anterior, se debe disminuir la tension en otros 3 kgs. ya que la huincha se habia dilatado, de modo que el dinamómetro debe marcar $47 - 3 = 44$ kgs.

« Para aprovechar prácticamente estas relaciones, fijamos los dos extremos de una de las huinchas sólidamente en la tierra, dándole una tension de 50 kgs. con el dinamómetro intercalado, a una temperatura de $25^{\circ}\text{C}.$ »

En una conferencia dada en el Instituto de Ingenieros de Chile, el señor Alberto Obrecht demostró, por el cálculo, que el sistema del señor Deinert para medir bases jeodésicas i empleado por él en la medida de una base de la triangulacion primaria del Estado Mayor, usando cintas de acero, de modo a destruir el efecto de las variaciones de temperatura sobre la longitud de las cintas por medio de la aplicacion de tensiones variables con el auxilio del dinamómetro, i en la forma que él espone, es solo exacto cuando la razon de los estiramientos del dinamómetro i de la cinta es igual a la unidad, habiendo el señor Obrecht designado por m dicha razon, es decir:

$$m = \frac{\text{Estiramiento del dinamómetro}}{\text{Estiramiento de la cinta}}$$

de modo, pues, que cualquier esfuerzo que se tome en los cálculos numéricos, dicha razon m queda constante para un mismo aparato empleado siempre con la misma cinta u otra semejante o que dé el mismo estiramiento empleado en las mismas condiciones de frotamiento.

Tuvimos el honor de esponer a continuacion de la conferencia del señor Obrecht, dos ejemplos prácticos que dejaban en claro que, lo aseverado por el señor Deinert en su memoria no era exacto sino en el caso especial señalado por el señor Obrecht, i en efecto, basta suponer una cinta determinada i que se efectúe la instalacion, primero con un dinamómetro i despues con otro de distinto estiramiento, i es evidente entónces que para la misma variacion en la longitud de la cinta, provenga ella ya sea del aumento o disminucion de la temperatura, los dinamómetros marcarán distinta variacion de tension a causa de su distinta escala, i por tanto, se le aplicaria a la cinta que en ambos casos ha variado igualmente, distintas tensiones con la intencion de volverla a su longitud primitiva; si ello se consiguiese con uno de los dinamómetros, no seria posible con el otro, teniéndose ademas que, a cada dinamómetro empleado, a pesar de la bondad de éstos, corresponderia otra longitud de la base medida. De ahí que, si el señor Deinert emplea el nuevo aparato con la antigua cinta de 50 metros o la nueva de 25 metros, con el antiguo dinamómetro, obtendria valores distintos para la base a causa del distinto valor de la razon de los estiramientos de la cinta i dinamómetro.

El primer modelo del aparato del señor Deinert tiene cintas de 50 metros de longitud con señales distantes de 49,60 mts, segun se ve en las láminas publicadas en las memorias citadas, el dinamómetro es de esfera graduada con aguja indicadora, i por tanto, puede sospecharse desde luego que su estiramiento es pequeño, puesto que en caso contra-

rio no habria habido objeto de ampliar los movimientos por medio del empleo de una aguja de cierta longitud para aumentar la precision de la lectura. En realidad, este es el tipo de dinamómetro que, a nuestro juicio, deberia haber empleado tambien el inventor en el segundo modelo, puesto que en uno recto, como el que tuvimos ocasion de examinar en el aparato presentado por el señor Deinert en la conferencia de réplica dada por él en el Instituto de Ingenieros, si se impone la condicion necesaria e indispensable de $m=1$, o sea cinta i dinamómetro de igual estiramiento para una misma tension, en este nuevo modelo habria sido necesario poner una escala de 9,4 mm. próximamente para 60 kgs., tratándose de la cinta que acompaña al aparato, i de 25 metros de longitud, deduciéndose entónces desde luego que la precision de la lectura seria del todo insuficiente. Esta dimension es la que se obtiene efectuando el cálculo por medio de las fórmulas de la elasticidad con la reduccion empírica a que llega Haussmann en su estudio de siete cintas de acero sometidas a diversas tensiones en aumento i disminucion, colgadas i apoyadas.

A nuestro juicio, se ha cometido un error de construccion, proveniente quizas de haber descuidado la teoría del aparato, al reemplazar al dinamómetro de esfera del primer modelo por uno recto, reduciendo ademas la longitud de la cinta, factores ambos que, indudablemente, han desmejorado este nuevo modelo, léjos de perfeccionarlo. Fácil habria sido tambien haber dispuesto el nuevo modelo, dado su alto costo, para ser empleado en localidades donde no existan vias férreas, es decir, con cinta con apoyos intermedios i en número igual e igualmente espaciados como los que tuviese la cinta fija.

Habiendo espuesto el señor Deinert en su conferencia, al reconocer la necesidad del cumplimiento de la condicion $m=1$ que el modelo del aparato empleado por él en la medida de la base de Melipilla tenia para m un valor igual a 1.06, suficientemente próximo, por tanto, de la unidad, lo que se ha debido indudablemente, dada la fuerte seccion de la cinta, no solo al mayor largo de ésta sobre la del nuevo modelo, sino principalmente al uso del dinamómetro de esfera i de pequeño estiramiento, nos limitaremos solo al segundo modelo presentado por el inventor i suponiendo en nuestro estudio los siguientes datos:

Escala de ² dinamómetro recto.	120 mm. = 50 kgs.
Longitud de la cinta.	$L=$ 25 mts.
Ancho de la cinta.	20 mm.
Espesor.	0,3 »

Dado que el estiramiento l de una cinta sometida a un esfuerzo P de estension, es proporcional directamente a este esfuerzo i a la longitud L , e inversamente a la seccion Q , tenemos con $E=20,000$, referido a kilogramos i milímetros cuadrados, como módulo de elasticidad:

$$l = \frac{l}{E} \cdot \frac{P L}{Q}$$

En esta fórmula no interviene el efecto del frotamiento de la cinta cuando ésta se encuentra apoyada en toda su longitud o parte de ella, ni el efecto del peso propio cuando, colgada verticalmente, el estiramiento que de ella resulta para el caso de cinta apoyada aunque sea sobre superficie lisa, como en el método en cuestion, será algo superior al

real, puesto que hai una pérdida en el esfuerzo de estension empleado i aplicado a la cinta i es el absorbido por el frotamiento, que siempre existe.

Hausmann (K. Hausmann, *Elastizitätsmodul fuer Stahlmessbaender Zeitschrift fuer Vermessungswesen*, 15 Maerz 1903, Heft 6 páj. 161), llega en sus experiencias a que, la diferencia en el estiramiento de una cinta colgada con respecto a una apoyada es un diez por ciento de exceso, próximamente. Si se prescinde, pues, del efecto del peso propio de la cinta, este dato nos servirá como reduccion aproximada al estiramiento dado por la fórmula teórica i correspondiente a una superficie media de frotamiento, puesto que las experiencias tuvieron lugar sobre cintas de diversos anchos.

Tomamos en nuestros cálculos el valor $E=20,000$ a que se llega jeneralmente deduciéndolo de las experiencias de cintas, i debemos llamar la atencion sobre el hecho de que este módulo se da equivocadamente en Jordan, *Handbuch der Vermessungskunde*, Stuttgart 1893, páj. 55; basta para cerciorarse de ello compararlo con los valores dados por Reinhertz, Hütte, Johnson, Kaiser, etc., que se acercan mas al valor adoptado i el que puede deducirse de las cintas empleadas en Estados Unidos.

Resolviendo la fórmula con los valores

$$\begin{aligned} E &= 20,000 \\ P &= 50 \\ L &= 25,000 \\ Q &= 6 \end{aligned}$$

llegamos al resultado 10,42 mm. i con la reduccion empírica citada:

$$l = 10,42 - 10\% = 9,38 \text{ mm.}$$

Veamos ahora si este resultado se alejará mucho del verdadero que se encontraria experimentalmente; para ello necesitaríamos una cinta de la misma seccion, i aun para mayor seguridad, con la misma superficie de apoyo o frotamiento. Hemos revisado las diversas memorias sobre medidas de bases con cintas de acero i las experiencias sobre éstas i encontramos en la publicada en el presente año por el conocido jeodesta Reinhertz, profesor en Hannover (*Reinhertz-Zur Stahlband-Messung-Zeit f. Verm 1903, Heft 6, páj. 176*), una cinta cuyo estiramiento ha sido experimentado i cuyas dimensiones son 20 mm. de ancho por 0,3 mm. de espesor, es decir, exactamente lo que necesitamos. Segun los datos publicados en la página 178 de la citada revista, se ha obtenido para la cinta, apoyada en toda la longitud, un estiramiento de 0,72 mm. por cada 5 kgs., teniendo la cinta 21 metros de longitud, o sea, aplicándolo a la cinta del aparato de que tratamos, con 50 kgs. i 25 metros de longitud:

$$\frac{0,72 \times 50 \times 25}{5 \times 21} = 8,57 \text{ mm.}$$

que no se aleja mucho del valor calculado aplicándole la reduccion de Hausmann.

Sea otra comprobacion mas de nuestro cálculo: Entre las siete cintas experimentadas por Hausmann, encontramos que las signadas con los números I i III, con secciones de 7,8 mm. c. i 4,7 mm. c., respectivamente, encierran la cinta del aparato del señor

Deinert, de seccion 6. 0 mm. c., siendo el promedio de la seccion de ambas 6, 2 mm. c.; de ahí que si prescindimos de la pequeña diferencia de la superficie de frotamiento encontramos un valor aproximado del estiramiento correspondiente a la cinta del aparato en estudio, tomando el promedio de los resultados obtenidos por Haussmann para las cintas I i III, reducidos a 50 kgs.

Del cuadro de esperiencias con apoyo en toda la longitud i sobre superficie lisa, sacamos para 25 kgs. los estiramientos 0,143 i 0,283 por metro corrido i entónces, para 25 mts. i 50 kgs., tendremos 7,15 mm. i 14,15 mm., cuyo promedio es 10,6 mm. Queda, pues, en claro el inconveniente del nuevo modelo del aparato del señor Deinert, puesto que para que la razon m fuese la unidad, el estiramiento debería tener para la cinta un valor de 120 mm.

Calculando el valor de m que debería ser igual a la unidad, segun se demostró en las conferencias, tendremos:

Con el valor calculado por la fórmula i reducido de 10%:

$$m = \frac{120}{9,38} = 12,79$$

Con el valor de Reihertz, esperiencias sobre una cinta semejante:

$$m = \frac{120}{8,57} = 14,00$$

El aparato está, pues, muy distante de cumplir con las condiciones necesarias a un buen funcionamiento, si se prescinde de los otros inconvenientes que afectan al método.

Veamos ahora las consecuencias del valor tan subido para m : supongamos una contraccion de 1,5 mm. en la cinta que corresponderá próximamente a un descenso al rededor de 5° C en la temperatura, marcando el dinamómetro un aumento de tension próximamente de 0,6 kgs., aplicando el señor Deinert, segun su teoría, otros 0,6 kgs. mas, o sea 1, 2 kgs. sobre la indicacion inicial M del dinamómetro, debiendo aplicar en realidad una tension muy distinta i que alcanzaria en este caso al valor $M + 0,6 + 0,6 m$, o sea un aumento de 8,3 kgs. i 9,0 kgs. sobre M , respectivamente, segun se adopte el primero o el segundo de los valores encontrados para la razon m .

Estudiemos entónces la forma en que podría utilizarse el aparato si se prescinde de otras causas de error, i hai en ello conveniencia, dado el alto precio que exigen las fábricas europeas cuando se trata de un modelo de instrumento fuera de lo corriente. Debemos tratar de conseguir para la cinta un estiramiento igual al del dinamómetro, para que la razon m sea igual a la unidad. Si examinamos la fórmula con la cual hemos calculado l i que escribiremos en la forma

$$l = \frac{P}{E} \frac{L}{Q}$$

i dado que no se podrá accionar sino sobre E o Q , puesto que variando P lo hacen tambien el dinamómetro i la cinta en cuanto a su estiramiento, veremos que nos quedan

dos soluciones si se desea aplicar el método en la forma propuesta, o hacemos L mayor, o Q menor. Estudiemos ambos casos, prescindiendo en el cálculo de la influencia del frotamiento sobre el estiramiento de la cinta i con los resultados proporcionados por la fórmula teórica, pues solo se trata de tener una idea de la practicabilidad de las dos soluciones.

El estiramiento dado por la fórmula, sin la reducción empírica del diez por ciento, es $l = 10,42$ mm., lo que da para m un valor 11,4. Para obtener el mismo estiramiento para la cinta i el dinamómetro, dado que el de éste es 120 mm. para 50 kgs., tendremos que dar a la primera una longitud $1 + m$ veces mayor o sea $25 \times 11,4 = 285$ metros, longitud de cinta de difícil fabricación, no siendo manejable en el terreno con facilidad.

Examinemos ahora las variaciones de la sección Q i tenemos que, si se prescinde del efecto del frotamiento, ésta debe ser m veces menor, o sea, dadas las dimensiones de $20 \times 0,3$ milímetros, igual a $6 : 11,4 = 0,53$ mm. c. i si se quisiera dejar el espesor de 0,3 mm., tendríamos un ancho de 1,7 mm. Este resultado es solo aproximado por haber prescindido del efecto del frotamiento sobre la cinta. Las consecuencias prácticas en este segundo caso serían más graves aun que en el primero, pero para la tensión de 50 kgs.; en efecto, calculemos la tasa de trabajo, o sea la tensión a que se encuentra sometida la unidad de sección, tenemos:

$$\text{Tasa} = \frac{50}{0,53} = 94 \text{ kgs. por mm. c.}$$

Con esa gran tasa de trabajo sucedería que, al aumentar la tensión progresivamente con el dinamómetro, pasaríamos primero el límite de elasticidad, 35 kgs. por milímetro cuadrado rompiéndose la cinta antes de llegar la aguja del dinamómetro a los 50 kgs. por haber sobrepasado la tasa de trabajo al coeficiente de ruptura. Debemos, pues, tener cuidado de aplicar una tensión inicial bastante baja en este caso, para que no quede sobrepasado el límite de elasticidad ni haya probabilidad de acercársele mucho, puesto que de otro modo la cinta sufrirá deformaciones permanentes, no volviendo entónces a su longitud primitiva, una vez que desapareciese el esfuerzo de tracción aplicado por medio del dinamómetro; una tensión inicial al rededor de cinco kilogramos parece apropiada para este caso. Creemos, sin embargo mejor, accionar sobre la longitud i sección de la cinta a la vez, aumentando la primera i disminuyendo la segunda; el inconveniente práctico sería la dificultad de obtener cintas, digamos de 50 o 100 metros, i que den, al ser experimentadas, exactamente un estiramiento impuesto de antemano. No podría en ningún caso tomarse 50 kgs. como tensión inicial porque es el límite de la escala del dinamómetro i no dejaría lugar a las contracciones de la cinta cuando bajase la temperatura.

Deseándose emplear el aparato en la forma actual i con la cinta que le acompaña, queda el recurso de tomar como tensión inicial 20 o 25 kgs. i transmitir para que sea aplicada a la cinta empleada en la medida, no la tensión inicial M mas dos veces la variación a , como la propone el inventor en su memoria, sino $M + a(I + m)$, para lo cual se determinaría experimentalmente el valor de m , de una serie de experiencias con el aparato i su respectiva cinta; en el caso de emplearse varias, cada una de ellas exigiría entónces la determinación del coeficiente respectivo $(I + m)$ por el cual habría que multi-

plicar la variación de la tensión indicada por el dinamómetro. Para precaverse de la influencia que pudiese deberse a un estiramiento diverso para cada una de las dos cintas, a pesar de su semejanza, convendría el estudio de los coeficientes de ambas, o mejor aun, estudiarlas una al lado de la otra con sus respectivos dinamómetros después de comprobados éstos verificando su escala.

La solución aplicando el esfuerzo de extensión $M+a(I+m)$, que es la que parece más conveniente, presenta, sin embargo, la desventaja para el modelo en estudio cuyo valor de m se acerca probablemente a 14 que, si en la lectura fuese inseguro el décimo de kilogramo, al multiplicar por el crecido coeficiente lo serían las unidades, lo que podría estimarse insuficiente en cuanto a la precisión en las tensiones.

Se deduce de lo que hemos tenido el honor de esponer que, el método del señor Deinert no es aplicable con ventaja en la forma propuesta en la memoria del inventor i con su nuevo modelo de aparato con dinamómetro recto, puesto que las pequeñas diferencias que pudiesen resultar entre los estiramientos reales i los que hemos calculado, no alcanzarán nunca a hacer a m igual a la unidad, siendo la solución más práctica, a nuestro juicio, modificar el dinamómetro disminuyendo su estiramiento i agregándole un aparato para ampliar la lectura i, si es posible, volver nuevamente al uso del dinamómetro de esfera, pues de otro modo con ese valor de m , tan subido, habría que entrar en cálculos de reducción que imponen nuevas complicaciones i, en ese caso, mejor será prescindir de la doble cinta i doble aparato, efectuando las correcciones de temperatura en la forma acostumbrada, puesto que las consecuencias de que los termómetros no indiquen la temperatura real de la cinta son indudablemente de menor importancia que las que trae consigo la admisión de igual temperatura en dos puntos distantes. Se deduce también de lo espuesto, que si el inventor usase el nuevo aparato con la antigua cinta, los resultados de la medida de las bases se acercarian más a la realidad que con el nuevo modelo completo, esto es, en el supuesto que no haya gran diferencia en las secciones de las cintas.

Sentimos no haber podido efectuar nuestros cálculos referentes al nuevo modelo del aparato para medir bases del Estado Mayor con datos experimentales; confiamos, sin embargo, que su inventor los dará completos a la publicidad.

ERNESTO GREVE.

Santiago, Setiembre de 1903.

